

Reducción de ruido en señales, basado en contextos, usando los coeficientes wavelets vecinos

Context based signal denoising using neighbouring wavelets coefficients

Msc. Yanet Cesaire Velazquez¹, Rafael Arturo Trujillo Codorníu².

¹Empresa de Aplicaciones Informáticas (DESOFT), Cuba y yanet.cesaire@scu.desoft.cu, ²Facultad de Ing. Eléctrica. Universidad de Oriente y rtrujillo@uo.edu.cu.

RESUMEN

En este trabajo se presenta un nuevo método espacialmente adaptativo para la reducción de ruido en señales. El algoritmo que se propone difiere de otros reportados previamente en que la regla de umbralización resultante incorpora información de los coeficientes vecinos y usa modelos de contextos. Los contextos son usados para estimar los parámetros de cada coeficiente a umbralizar lo que a su vez permite adaptar espacialmente la estrategia de umbralización. Los resultados experimentales demuestran que el método propuesto supera, para señales, no solo al NeighShrink sino a otros recientes esquemas de reducción de ruido.

Palabras clave: reducción de ruido; umbralización; wavelet.

ABSTRACT

This letter present a novel wavelet domain denoising method for spatially-adaptive signal denoising. The proposed algorithm differs from previous proposals on that the resulting shrinkage rule incorporates information on neighbouring coefficients and uses context modelling. Contexts are used to estimate the parameters for each coefficient, which are then used to adapt the thresholding strategy. The experimental results demonstrate that the proposed method not only outperforms NeighShrink, but also delivers, for signals, better results compared with others state-of-the-art approaches.

Keywords: signal denoising; wavelet thresholding.

1. INTRODUCCIÓN

La reducción del ruido en una señal contaminada por ruido blanco es un problema clásico en el procesamiento de señales. En el dominio de la transformada wavelet la reducción del ruido se realiza reduciendo las magnitudes de los coeficientes wavelets que contienen ruido. Un esquema clásico para realizar esta idea es la umbralización, en la que cada coeficiente wavelet es comprado con un umbral. Si la magnitud del coeficiente es menor que el umbral el mismo se hace cero, en caso contrario el coeficiente se considera significativo y se modifica en dependencia de la regla de umbralización. La umbralización distingue los coeficientes que son generados por el ruido de aquellos que contienen información importante de la señal.

En los métodos originales de reducción de ruido los coeficientes wavelets son umbralizados término a término en base a su magnitud individual. Investigaciones recientes han mostrado que se obtienen mejores resultados si se considera la correlación que tienen los coeficientes dentro de una misma banda de descomposición o entre coeficientes de diferentes bandas. Experimentalmente se ha demostrado, por ejemplo, que los coeficientes vecinos de un coeficiente wavelet significativo son, con alta probabilidad,

significativos también. Cai y Silverman (Cai & Silverman, 2001) propusieron dos esquemas diferentes de umbralización, que intentan considerar esta correlación espacial, llamados NeighBlock y NeighCoeff. Chen et al. (Chen, Bui, & Krzyzak, 2004) aplicaron NeighCoeff a la reducción de ruido en imágenes y lo renombraron como NeighShrink. El método NeighShrink toma en cuenta la magnitud del coeficiente y de sus inmediatos vecinos para determinar si el mismo es significativo o no. Los resultados experimentales demostraron que NeighShrink ofrece mejores resultados que el filtrado de Wiener y que los otros métodos clásicos de umbralización wavelet: VisuShrink (Donoho & Johnstone, 1994) y SUREShrink (Donoho & Johnstone, 1995). En (Dengwen & Wengang, 2008) se realiza una mejora al método NeighShrink determinando el umbral óptimo y la cantidad de vecinos a considerar para cada sub-banda de manera independiente en base al estimador insesgado del riesgo de Stein (SURE). Debido a la naturaleza del estimador de Stein el método ofrece mejoras cuando el número de coeficientes significativos es “grande” como ocurre, por ejemplo en imágenes sin embargo su eficiencia para señales 1D es mucho menor. En (Sendur & Selesnick, 2002) se introduce una regla de umbralización bivariada que toma en cuenta las magnitudes del coeficiente y del coeficiente padre (o sea el coeficiente que está espacialmente en la misma posición espacial pero en la siguiente banda de descomposición). En (Pizurica & Philips, 2006) se desarrolla un método Bayesiano que permite una adaptación espacial de los parámetros de umbralización. La esencia del método es estimar la probabilidad de que un coeficiente dado contenga información significativa de la señal y entonces cada coeficiente es multiplicado por esa probabilidad.

En todos los esquemas de umbralización mencionados anteriormente los coeficientes wavelets de detalles que son “significativos” se reducen en su magnitud. En (Yang & Wei, 2012) se propone un esquema tipo NeighShrink en el que la magnitud de los coeficientes, que se decide contienen información de la señal, es preservada. Para la toma de la decisión de hacer cero o preservar el coeficiente se usa la magnitud del mismo y de sus inmediatos vecinos.

(Chang, Yu, & Vetterli, 2000b) se propone un método espacialmente adaptativo que se fundamenta en el uso de contextos, una técnica muy usada en la compresión de imágenes para adaptar las características del compresor a las particularidades cambiantes de cada parte de la imagen. Cada coeficiente wavelet es modelado como una variable aleatoria que sigue una distribución de Gauss generalizada (GGD) con parámetros desconocidos. Las partes de la señal que son “semejantes” se asume que tienen parámetros similares. La “semejanza” entre dos coeficientes se establece a partir de una función de contexto. Si los valores de la función de contexto son cercanos se asume que los coeficientes tienen distribuciones similares.

En (Pozo & Codorniu, 2013) se realiza una comparación de varias técnicas de reducción de ruido espacialmente adaptativas evaluando su eficiencia en la reducción del ruido en señales industriales. Los resultados experimentales indican que para este tipo de señales el método NeighShrink supera otros esquemas tales como Bayes Shrink (Chang, Yu, & Vetterli, 2000a) y Normal Shrink (Elyasi & Zarmehi, 2009).

(Cho & Bui, 2004) deriva una regla general de estimación en el dominio wavelet basado en la teoría estadística multivariada. Esto permite deducir reglas de umbralización que tengan en cuenta al coeficiente a umbralizar y a un conjunto de coeficientes cuyas magnitudes están estadísticamente correlacionadas con el coeficiente en cuestión. Pueden utilizarse en este conjunto tanto coeficientes espacialmente vecinos como coeficientes que se encuentran en otras bandas de descomposición. Para ello se utiliza la distribución de Gauss generalizada multivariada. La dificultad principal radica en, una vez seleccionado el modelo, estimar los parámetros de la distribución.

En el presente trabajo se presenta un novedoso esquema de umbralización wavelet espacialmente adaptativo para la reducción del ruido en señales. El método propuesto está inspirado en (Cho & Bui, 2004), incorpora información de los coeficientes vecinos y contextos para estimar los parámetros de la regla de umbralización. Los resultados experimentales demuestran que el método propuesto no solo mejora a NeighShrink sino que además obtiene mejores resultados que los métodos mencionados anteriormente.

2. METODOLOGÍA

Sea $\{f_i, i = 1, \dots, N\}$, la señal original donde N es alguna potencia de 2. Supongamos que la señal ha sido corrompida por un ruido aditivo y obtenemos la señal $\{g_i, i = 1, \dots, N\}$:

$$g_i = f_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (1)$$

donde $\{\varepsilon_i\}$ son variables aleatorias independientes entre sí e independientes de $\{f_i\}$ y además idénticamente distribuidas con una distribución normal $N(0, \sigma_n^2)$. El objetivo de cualquier método de reducción de ruido es obtener un estimado $\{\hat{f}_i\}$ de $\{f_i\}$ a partir de la observación de $\{g_i\}$ de manera que minimice el error medio cuadrático (MSE)

$$MSE(\hat{f}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{f}_i - f_i)^2 \quad (2)$$

En el dominio wavelet, si usamos una transformada wavelet ortogonal W , el ruido blanco es transformado a ruido blanco y obtenemos:

$$y_{k,j} = x_{k,j} + \eta_{k,j} \quad (3)$$

donde $y_{k,j}$, $x_{k,j}$ y $\eta_{k,j}$ representan el coeficiente wavelet k en el nivel de descomposición j de la señal degradada $g = \{g_i\}$, de la señal original $f = \{f_i\}$ y del ruido $\varepsilon = \{\varepsilon_i\}$ respectivamente.

Para obtener una estrategia espacialmente adaptativa asumiremos que cada coeficiente wavelet $x_{k,j}$ es una variable independiente con media cero que sigue una distribución de Gauss generalizada (GGD) cuyos parámetros varían espacialmente (ver (Chang et al., 2000b)). Denotemos por $\sigma_{k,j}^2$ la varianza del coeficiente $x_{k,j}$ y mediante $\varsigma_{k,j}^2$ la varianza del coeficiente $y_{k,j}$

Sea

$$S_{k,j}^2 = y_{k-1,j}^2 + y_{k,j}^2 + y_{k+1,j}^2 \quad (4)$$

En el método que se propone, dado el coeficiente wavelet $y_{k,j}$, la estimación del coeficiente original $x_{k,j}$ se realiza de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$\hat{x}_{k,j} = y_{k,j} \left(1 - \frac{\sigma_n^2}{\sqrt{\alpha} \sigma_{k,j}} \frac{1}{S_{k,j}} \right)_+ \quad k = 1, \dots, M \quad (5)$$

Donde $\alpha = \frac{1}{15}$, $\hat{x}_{j,k}$ es la estimación del coeficiente $x_{k,j}$ y, como es usual, $(\cdot)_+ = \max(\cdot, 0)$. Debemos notar que la Eq. (5) puede ser derivada de un caso específico del modelo multivariado ((Cho & Bui, 2004)):

$$p(\xi) = \gamma \exp \left\{ - \left(\frac{\xi^t \Sigma_\xi^{-1} \xi}{\alpha} \right)^\beta \right\} \quad (6)$$

donde α y β son parámetros que determinan la forma de las superficies de equidensidad y γ es una constante de normalización definida por α , β y por la matriz de covarianza Σ_ξ .

En nuestro caso asumimos que $\Sigma_\xi = \sigma_{x_1}^2 I$, $\beta = \frac{1}{2}$, $\alpha = \frac{1}{15}$ y ξ^t representa el vector tridimensional (x_1, x_2, x_3) formado por el coeficiente wavelet bajo consideración x_1 y sus vecinos inmediatos x_2 y x_3 .

Debemos subrayar que el modelo bivariado de Sendur y Selesnick (Sendur & Selesnick, 2002) es también un caso específico del modelo MGGD donde $\Sigma_\xi = \sigma_{x_1}^2 I$, $\beta = \frac{1}{2}$, $\alpha = \frac{1}{3}$ y ξ^t representa el vector bidimensional (x_1, x_2) formado por el coeficiente wavelet bajo consideración x_1 y su coeficiente padre x_2 .

Para estimar la varianza del ruido σ_n^2 a partir de los coeficientes wavelets $y_{k,j}$, puede usarse el estimador

$$\hat{\sigma}_n = \frac{\text{Median}(|y_{k,1}|)}{0.6745} \quad (7)$$

Para estimar la varianza local $\sigma_{k,j}^2$ se usará la clasificación de los coeficientes mediante una función de contexto. Consideremos una vecindad (no necesariamente espacial) de p elementos del coeficiente $y_{k,j}$, y coloquemos los valores absolutos de los mismos en el vector $u_{k,j}$ de dimensión $p \times 1$. Una variante posible es escoger, como integrantes de la vecindad, a los dos coeficientes vecinos de $y_{k,j}$ en la misma sub-banda además del coeficiente padre $y_{k/2,j+1}$. En este caso se tendría $p = 3$ y además:

Para estimar la varianza local $\sigma_{k,j}^2$ se usará la clasificación de los coeficientes mediante una función de contexto. Consideremos una vecindad (no necesariamente espacial) de p elementos del coeficiente $y_{k,j}$, y coloquemos los valores absolutos de los mismos en el vector $u_{k,j}$ de dimensión $p \times 1$. Una variante posible es escoger, como integrantes de la vecindad, a los dos coeficientes vecinos de $y_{k,j}$ en la misma sub-banda además del coeficiente padre $y_{k/2,j+1}$. En este caso se tendría $p = 3$ y además:

$$u_{k,j}^{(1)} = |y_{k-1,j}|; \quad u_{k,j}^{(2)} = |y_{k/2,j+1}|; \quad u_{k,j}^{(3)} = |y_{k+1,j}| \quad (8)$$

Para caracterizar el nivel de actividad del coeficiente que será umbralizado calcularemos el contexto del mismo como una media ponderada de los valores absolutos de sus vecinos

$$z_{k,j} = w^t \cdot u_{k,j} \quad (9)$$

Los pesos w se pueden encontrar por el método de los mínimos cuadrados a partir de la siguiente expresión:

$$w = \min_w \sum_k (|y_{k,j}| - w^t \cdot u_{k,j})^2 \quad (10)$$

La varianza $\varsigma_{k,j}^2$ de la variable aleatoria $y_{k,j}$ es estimada a partir de otros coeficientes cuyos contextos son cercanos al valor de $z_{k,j}$. O sea, para cada coeficiente $y_{k,j}$, se toma un intervalo alrededor del valor $z_{k,j}$, y la varianza de $y_{k,j}$ es estimada entonces usando los puntos $y_{m,j}$ cuyos contextos $z_{m,j}$ caen dentro de ese intervalo. En particular podemos tomar los L valores que son más cercanos a $z_{k,j}$ pero que quedan por encima de ese valor y los L valores más cercanos a $z_{k,j}$ pero que quedan por debajo, resultando en una ventana móvil de $2L + 1$ puntos. Sea $B_{k,j}$ el conjunto de puntos cuyos contextos caen dentro de esa ventana móvil. La estimación de la varianza $\varsigma_{k,j}^2$ es entonces:

$$\varsigma_{k,j}^2 = \frac{1}{2L + 1} \sum_{y_{m,j} \in B_{k,j}} (y_{m,j})^2 \quad (11)$$

De acuerdo a la ecuación (3) se obtiene

$$\varsigma_{k,j}^2 = \sigma_{k,j}^2 + \sigma_n^2 \quad (12)$$

O sea

$$\sigma_{k,j} = \sqrt{(\zeta_{k,j}^2 - \sigma_n^2)_+} \quad (13)$$

Otra alternativa comúnmente usada para estimar la varianza local es usar los puntos en una vecindad local alrededor de $y_{k,j}$. Esta alternativa es mucho más simple que la vía indirecta de agrupar primero los coeficientes de acuerdo a su contexto y luego estimar la varianza. Sin embargo el esquema basado en los contextos permite congrega coeficientes que aunque estén espacialmente distantes tienen contextos similares lo que lleva a una estimación más confiable.

El algoritmo puede resumirse de la siguiente manera:

- 1) Transformar los datos al dominio wavelet a través de la transformada wavelet discreta.
- 2) Estimar la varianza del ruido σ_n^2 usando la ecuación (6).
- 3) Para cada sub-banda de detalle j y para cada coeficiente wavelet $y_{k,j}$ en la sub-banda:
 - a. Se calcula el vector $u_{k,j}$ usando la ecuación (8)
 - b. Se calcula los pesos w a través de la ecuación (10)
 - c. Calcular los contextos $z_{k,j}$ usando la ecuación (9).
- 4) Para cada sub-banda de detalle j ordenar los contextos $z_{1,j}, z_{2,j} \dots z_{M,j}$.
- 5) Para cada sub-banda de detalle j y para cada coeficiente wavelet $y_{k,j}$ en la sub-banda:
 - a. Se coloca una ventana móvil $B_{k,j}$ de radio L sobre el arreglo de contextos ordenados alrededor del valor $z_{k,j}$ y estimar la varianza $\zeta_{k,j}^2$ usando la ecuación (11).
 - b. Se estima la varianza $\sigma_{k,j}^2$ mediante la ecuación (13).
 - c. Se estima $x_{k,j}$ (o sea, calcular $\hat{x}_{k,j}$) utilizando σ_n^2 y $\sigma_{k,j}^2$ en la ecuación (5).
- 6) Se obtiene el estimado de la señal original f a través de la transformada wavelet inversa de los coeficientes $\hat{x}_{k,j}$.

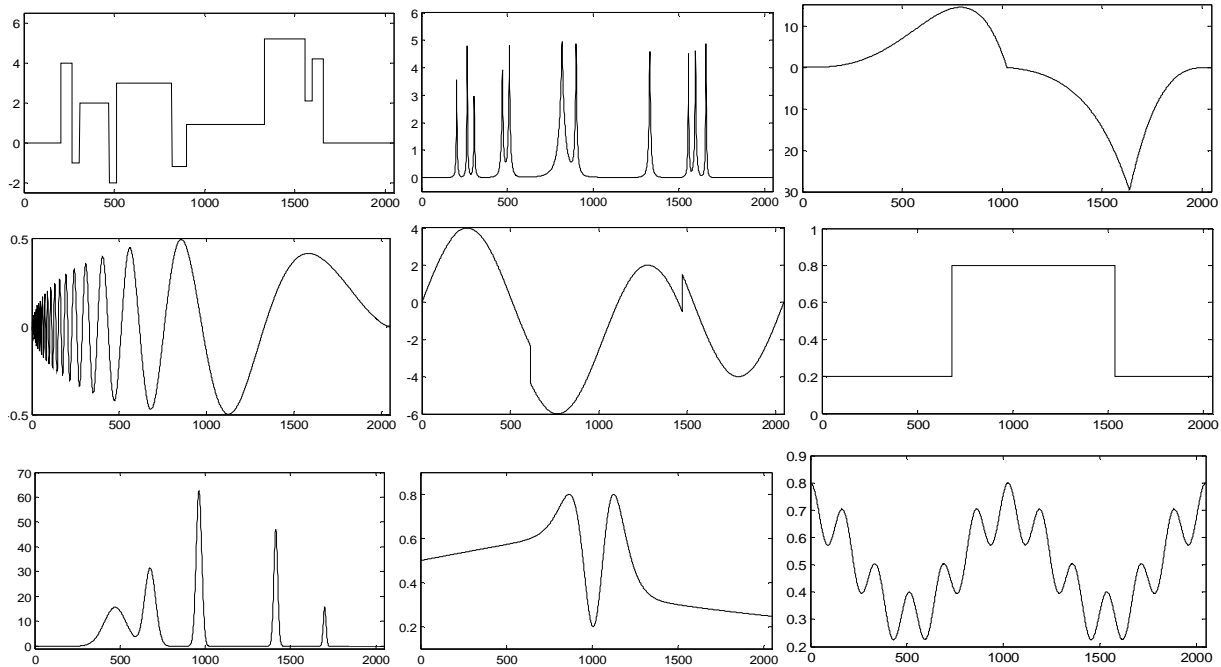


Figure 1. Synthetic test signals (from left to right, top to bottom): Blocks, Bumps, Corner, Dopler, Heavisine, Step, Spikes, Time_shifted and Wave

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Se compara el algoritmo propuesto con otros que se han reportados anteriormente, específicamente NeighShrink, BiShrink, NeighShrink, NeighShrinkSure y NeighPreserve. Esta comparación fue posible gracias a las bondades de los autores diversos que han provistos sus códigos respectivos en Matlab en sus sitios web personales. Nueve señales experimentales sintéticas (Fig. 1), que se han convertido en estándar para el trabajo de la reducción de ruido (Blocks, Bumps, Corner, Doppler, Heavisine, Step, Spikes, Time_shifted y Wave). La longitud de las señales experimentales consta de 2048 puntos. Las señales ruidosas con relaciones señal/ruidos diferentes (SNR) fueron obtenidas añadiéndole el ruido gaussiano blanco con media cero y varianzas diferentes a las señales experimentales.

Este método para la reducción de ruido en las señales experimentales fue estudiado sobre 50 pruebas de simulación para cada relación señal señal/ruido. La función madre empleada fue 'db4' y 5 niveles de descomposición. El tamaño de ventana en movimiento escogida es de 7 ($L = 3$). La Tabla 1 muestra los resultados de las comparaciones realizadas y se observan que los mejores resultados se reportan para el algoritmo propuesto. Además, la Fig. 2 muestra la calidad visual de la señal sintética Blocks una vez que se ha aplicado el algoritmo propuesto.

Tabla 1. Comparaciones de los valores SNR para los diferentes métodos.

SNR (dB)	Methods	Blocks	Bumps	Corner	Doppler	Heavi-Sine	Step	Spikes	Time-Shifted	Wave	Average
10	NeighShrink	17.729	18.227	24.925	21.068	23.669	22.861	22.626	24.637	25.005	22.305
	BiShrink	18.459	18.153	22.512	20.580	21.871	21.571	21.202	22.341	22.539	21.025
	NeighSURE	17.987	17.246	19.221	18.277	23.464	18.855	18.694	19.140	19.228	19.124
	NeighPreserve	17.330	18.335	24.118	20.645	22.875	22.418	21.891	23.840	24.215	21.741
	Propuesto	17.982	18.682	24.913	20.979	23.558	22.643	22.423	24.619	24.998	22.311
20	NeighShrink	27.562	27.662	34.396	29.686	32.041	32.176	32.079	33.472	34.694	31.530
	BiShrink	27.543	27.234	32.236	29.806	31.268	31.098	30.588	31.871	32.197	30.427
	NeighSURE	27.890	26.832	34.151	27.811	28.785	28.741	31.743	28.976	29.152	29.342
	NeighPreserve	28.030	27.752	33.643	29.516	31.618	32.087	31.820	33.028	33.899	31.266
	Propuesto	28.260	28.196	34.308	30.093	32.245	32.300	32.259	33.332	34.692	31.743
30	NeighShrink	38.151	37.348	43.689	38.377	42.349	42.634	40.811	42.457	42.568	40.931
	BiShrink	36.738	36.601	41.803	38.936	40.761	40.617	39.849	41.389	41.078	39.752
	NeighSURE	37.822	36.557	38.962	37.363	38.809	38.658	38.194	38.813	38.606	38.198
	NeighPreserve	38.092	37.346	43.023	38.343	42.203	42.258	40.259	42.199	41.782	40.612
	Propuesto	38.123	37.774	43.596	38.972	42.519	42.612	40.958	42.410	42.515	41.053
40	NeighShrink	47.959	47.160	52.704	47.396	52.381	52.454	49.858	52.515	50.474	50.322
	BiShrink	46.251	46.121	51.255	48.155	50.273	50.258	49.150	51.017	50.535	49.224
	NeighSURE	47.493	46.223	48.782	46.989	48.703	48.543	47.721	48.686	48.141	47.920
	NeighPreserve	47.693	47.074	52.059	47.439	51.890	51.961	49.593	52.192	50.627	50.059
	Propuesto	47.891	47.368	52.670	48.055	52.169	52.390	50.118	52.315	51.407	50.487

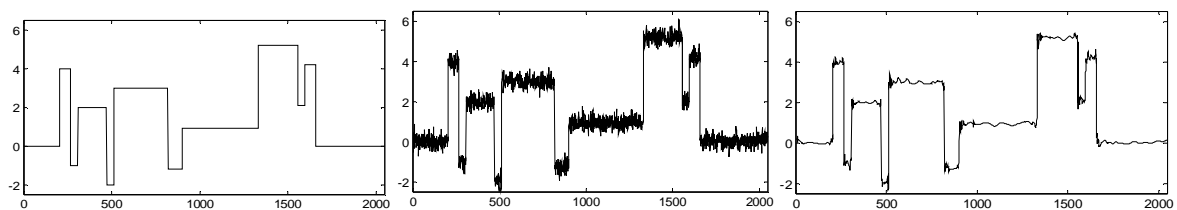


Figure 2. Reducción de ruido con el algoritmo Propuesto sobre la señal Blocks: Señal original (izquierda); Señal ruidosa ($SNR_{IN}=20dB$, centro); Propuesto (28.26 dB, derecha).

4. CONCLUSIONES

1. Se presentó un nuevo método de umbralización espacialmente adaptativo que difiere del resto de los algoritmos que se han reportados en el uso de los contextos.
2. Las comparaciones de los resultados de los diferentes algoritmos, revelan que el método propuesto basado en contexto dio los mejores SNR.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Artículo en revista científica

- Cai, T. T., & Silverman, B. (2001). INCORPORATING INFORMATION ON NEIGHBOURING COEFFICIENTS INTO WAVELET ESTIMATION. *Sankhya: The Indian Journal of Statistic*, 63(Serie B, Pt. 2), 127-148.
- Chang, S. G., Yu, B., & Vetterli, M. (2000a). Adaptive Wavelet Thresholding for Image Denoising and Compression. *IEEE TRANSACTIONS ON IMAGE PROCESSING*, 9(9), 1532-1546. doi: 1057-7149/00
- Chang, S. G., Yu, B., & Vetterli, M. (2000b). Spatially Adaptive Wavelet Thresholding with Context Modeling for Image Denoising. *IEEE TRANSACTIONS ON IMAGE PROCESSING*, 9(9).
- Chen, G. Y., Bui, T. D., & Krzyzak, A. (2004). IMAGE DENOISING USING NEIGHBOURINGWAVELET COEFFICIENTS. Department of Computer Science, Concordia University, 1-4.
- Cho, D., & Bui, T. D. (2004). Multivariate statistical modeling for image denoising using wavelet transforms. *Signal Processing: Image Communication*, 77-89.
- Dengwen, Z., & Wengang, C. (2008). Image denoising with an optimal threshold and neighbouring window. *Pattern Recognition Letters* www.elsevier.com/locate/patrec, 1694-1697.
- Donoho, D. L., & Johnstone, I. M. (1994). Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage. Department of Statistics. Stanford University . Stanford. California. 94305-4065. SNR_{IN} U.S.A. *Biometrika*, 81(3), 425-455.
- Donoho, D. L., & Johnstone, I. M. (1995). Adapting to Unknown Smoothness via Wavelet Shrinkage. Department of Statistics Stanford University., 1-28.
- Elyasi, I., & Zarmehi, S. (2009). Elimination Noise by Adaptive Wavelet Threshold. *World Academy of Science, Engineering and Technology*.
- Pizurica, A., & Philips, W. (2006). Estimating the probability of the presence of a signal of interest in multiresolution single- and multiband image denoising. *IEEE TRANSACTIONS ON IMAGE PROCESSING*, 15, 654-665.
- Pozo, A. C., & Codorniu, R. T. (2013). Estudio comparativo de técnicas de reducción de ruido en señales industriales mediante Transformada Wavelet Discreta y selección adaptativa del umbral. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, 143-148.
- Sendur, L., & Selesnick, I. W. (2002). Bivariate Shrinkage With Local Variance Estimation. *IEEE SIGNAL PROCESSING LETTERS*, 9(12), 438.
- Yang, Y., & Wei, Y. (2012). Neighboring Coefficients Preservation for Signal Denoising. *Circuits Syst Signal Process* 31:827-832, 31, 827-832. doi: DOI 10.1007/s00034-011-9346-1

SOBRE LOS AUTORES

Yanet Cesaire Velazquez, graduada de ingeniería en informática en la Universidad de las Ciencias Informáticas, recibió el grado de Máster en Informática Aplicadas en el 2014. Actualmente trabaja en la Empresa de Aplicaciones Informáticas, DESOFT. Sus intereses de investigación actuales incluyen: La compresión de señales, reducción de ruido

Rafael Arturo Trujillo Codorniú, recibió el grado de Máster en las Matemáticas en 1979, y un grado de Doctor en las Matemáticas en 1986, los dos de la Universidad de Odessa en anterior Unión Soviética. Actualmente, él es un Profesor en el Departamento Automático de Control, Facultad de Ingeniería Eléctrica, Uniserdad de Oriente, Cuba. Sus intereses de investigación actuales incluyen: La compresión de señales, reducción de ruido y análisis de series cronológicas.